



جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۸ صبح
وقت امتحان: ۶۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۶
تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف (دوره دوم) نوبت امتحانی: دی ماه
نام و نام خانوادگی: نام پدر: پایه: رشته های: ریاضی - تجربی
سؤال امتحان درس: گسسته نام دبیر: جناب آقای یزدان مهر سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

۱- در یک گراف همبند که مجموع مرتبه و اندازه آن ۸ باشد، با افزودن چند یال گراف کامل می شود؟

۲- اگر $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس مجاورت گراف G باشد، اندازه G کدام است؟

۳- اگر A ماتریس مجاورت گراف G و درایه های واقع در سطر i ام و ستون j ام ماتریس A^2 اعداد « ۲, ۲, ۲, ۴, ۴ » باشند، گراف G دارای چند دور است؟

۴- عدد چهار رقمی \overline{aabb} مربع کامل است. باقی مانده ی تقسیم عدد دو رقمی \overline{ab} بر عدد ۱۳ کدام است؟

۵- دو برابر عدد طبیعی $N = \overline{abc}$ با تغییر مبنای آن به صورت $(a + bc)_6$ نوشته شده است. بیشترین مقدار N از مربع کامل، حداقل چند واحد کم تر است؟

۶- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی Π ، دو عدد به صورت های $5n - 2$ و $7n + 3$ ، نسبت به هم غیر اول اند؟

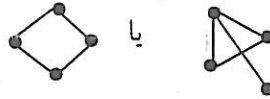
۷- حاصل $(1553)_6 - (5342)_6$ در مبنای ۶، کدام است؟

۸- اگر $(abc)_9 = (cb \cdot a)_5$ ، آن گاه $a + b + c$ کدام است؟

۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

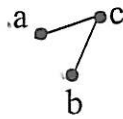
$$P+q=8 \rightarrow \begin{cases} p=4 \\ q=4 \end{cases}$$

$$k_p = \binom{4}{2} = 6 \Rightarrow 6-4=2$$

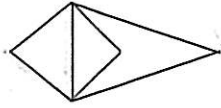


۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{تعداد یال} = 2q \Rightarrow 4 = 2q \Rightarrow q=2$$



۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. درجات رئوس گراف داده شده است. مطابق شکل این گراف ۳ دور به طول ۳ و ۳ دور به طول ۴ دارد.



۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\overline{aabb} = 1000a + 100a + 10b + b = 11(100a + b) = k^2 \rightarrow 100a + b = 11m^2 \rightarrow a=7, b=4$$

$$\overline{ab} = 74 = 5(13) + 9 \rightarrow r=9$$

۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. دو برابر عدد طبیعی $N = \overline{abc}$ به صورت $(a.bc)_6$ است پس:

$$2\overline{abc} = (a.bc)_6 \Rightarrow 2(100a + 10b + c) = (a \times 6^3 + 0 \times 6^2 + b \times 6 + c)$$

$$\Rightarrow 200a + 20b + 2c = 216a + 6b + c \Rightarrow 14b + c = 16a$$

سمت راست تساوی مضرب ۱۶ است. پس سمت چپ نیز باید مضرب ۱۶ باشد.

حالات زیر امکان پذیر است:

$$a=1 \Rightarrow b=1, c=2 \Rightarrow N=112$$

$$a=2 \Rightarrow b=2, c=4 \Rightarrow N=224 \text{ قابل قبول}$$

نزدیک ترین عدد مربع کامل به ۲۲۴، عدد ۲۲۵ است. اختلاف $225 - 224 = 1$ است.

۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ب.م.م دو عدد $5n-2$ و $7n+3$ را d می نامیم:

$$(7n+3, 5n-2) = d$$

با استفاده از الگوریتم اقلیدس، d را می یابیم:

$$d = (7n+3, 5n-2) = (5n-2, 2n+5) = (2n+5, n-12)$$

$$= (n-12, 29) \neq 1 \Rightarrow n-12 = 29k \Rightarrow n = 29k + 12$$

$$9 < n < 99 \Rightarrow 9 < 29k + 12 < 99 \Rightarrow -3 < 29k < 87$$

برای این n که دو رقمی باشد باید:

$$\Rightarrow 0 < k < 3 \Rightarrow k=0 \text{ یا } 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3 \Rightarrow \text{تعداد } k \text{ ی قابل قبول} = 4$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر دو عدد در مبنای ۶ هستند و گزینه‌ها نیز در مبنای ۶ هستند، پس تفاضل را در همان مبنای ۶ انجام می دهیم.

$$\begin{array}{r} 89 \\ 4778 \\ - (6777)_6 \\ \hline (3345)_6 \end{array}$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(a \ bc)_9 = (c \ b \cdot a) \Rightarrow c + 9b + 81a = a + 25b + 125c$$

$$\Rightarrow 20a = 31c + 4b \xrightarrow{0 \leq a, b, c < 9} 4(5a - b) = 31c$$

$$4|c \Rightarrow \begin{cases} c=0 \Rightarrow a=b=0 \Rightarrow \text{در گزینه ها نیست} \\ c=4 \Rightarrow 5a-b=31 \end{cases}$$

جوابی در بازه‌ی داده شده ندارد.